**(2 слайд)** *Исследуемая динамическая система*

Рассмотрим цепочку сингулярно возмущенных осцилляторов с запаздыванием, моделирующую слабое электрическое взаимодействие нейронов:

(1)

Для неё также определены следующие начальные условия:

(условия из (1))

( – гладкие функции)

**(3 слайд)**

Эта система была предложена в статьях Глызина, Колесова, Розова, названия которых приведены на этом слайде

(первые 3 статьи)

Впервые же эта модель была описана в научном труде Кащенко, Майорова «Модели волновой памяти»

(последняя статья)

**(4 слайд)** *Исследуемая динамическая система*

В статьях Глызина, Колесова, Розова с помощью таких замен:

(замены)

где является решением уравнения, показанного на слайде

(уравнение)

было выполнено сведение предыдущей системы к системе обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

(2)

Функции характеризуют фазовые сдвиги между компонентами предыдущей системы. Фактически, было доказано, что предыдущая система является системой уравнений с импульсными воздействиями.

**(5 слайд)** *Релаксационное отображение*

Введем в рассмотрение отображение следующего вида

(3)

которое начальным условиям системы (2) ставит в соответствие решение в значении времени . Величина определяет первое приближение устойчивого цикла одиночного осциллятора системы

Согласно теореме 1

(прочитать теорему 1)

Другими словами, чтобы говорить о релаксационных циклах системы (2), достаточно изучить неподвижные точки отображения . Они и являлись объектом исследования данной дипломной работы.

**(6 слайд)** *Методы исследования: программная часть*

Исследование модельного отображения осуществлялось с помощью специального программного комплекса, написанного на языке C++.

В ходе разработки программного продукта было выявлено, что все трудоемкие расчеты можно выполнить параллельно, на большом количестве независимых потоков. В связи с этим использовались технологии CUDA и OpenMP. Для визуализации посчитанных данных было разработано специальное приложение, использующее библиотеку Qt. Для решения некоторых задач использовались скрипты, написанные на языке Python. Также, во время разработки программного комплекса активно использовалась система контроля версий Mercurial

**(7 слайд)** *Методы исследования: алгоритмическая часть*

Вычисление координат конечной точки модельного отображения осуществляется следующим образом:

(схема)

Расчеты стартуют из начальной точки с координатами в значении времени -0. С помощью метода Рунге-Кутты итерационно, с шагом подсчитываются координаты следующей точки отображения.



(метод Рунге-Кутты для отображения)

Этот процесс идет до тех пор, пока не будет получена конечная точка в значении времени .

Однако в так называемых точках переключения, в значении времени релаксационной системе придаются импульсы. Координаты точки соответствующего модельного отображения в таком случае подсчитываются по следующим формулам:

(импульсы)

Это учитывалось при разработке алгоритма вычисления конечной точки модельного отображения, и как следствие во время итерационного расчета релаксационной системе придавались все необходимые импульсы.

Далее происходила проверка начальной и конечной точки отображения на эквивалентность. И если они оказывались достаточно близкими друг к другу, то считалось, что была найдена устойчивая точка. В противном случае недавно посчитанная конечная точка модельного отображения вновь считалась начальной и для нее снова проводилась та же самая последовательность операций, описанная мною ранее.

**(8 слайд)** *Способы генерации начальных точек*

В разработанном приложении реализуются 3 способа генерации начальных точек, для которых необходимо проделать вычисления:

* GENERATE\_GRID – это генерация начального множества в виде сетки, узлы которой как раз и являются нужными точками, для которых необходимо провести расчеты.
* GENERATE\_RANDOM – это способ генерации, при котором начальное множество формируется с помощью набора точек, выбранных cлучайным образом из некоторой области.
* FROM\_FILE – это способ генерации, при котором начальные точки, для будущих расчетов, берутся явно, из текстового файла.

**(9 слайд)**

В статьях Глызина, Колесова, Розова были приведены утверждения, показывающие, что для модельного отображения гарантируется наличие как минимум устойчивой неподвижной точки с известной асимптотикой. Одной из таких точек являлось нулевое состояние равновесия. Однако не исключался также и тот факт, что модельное отображение при определенных значениях параметров могло иметь и дополнительные устойчивые неподвижные точки с асимптотикой, не описанной аналитически. Задача исследования как раз и состояла в поиске таких значений параметров, для которых отображение имело бы бльшее число состояний равновесия.

**(10 слайд)** *Результаты исследования: одномерный случай*

В случае ( 2 сингулярно возмущенных осцилляторов, система, описывающая релаксационные колебания обращается в одно единственное уравнение

(прочитать уравнение)

а соответствующее ей модельное отображение обретает следующую форму:

(прочитать отображение)

Полученные в ходе численного исследования результаты полностью согласовывались с результатами, полученными аналитически.

Характерной особенностью модельного отображения в одномерном случае является то, что при уменьшении параметра на множестве происходит бифуркация рождения пар точек , симметричных относительно начала координат. Траектории, представляющие собой последовательно соединенные друг с другом начальные и конечные точки, изображались в специальной координатной плоскости, на которой по оси абсцисс откладывались значения координаты начальной точки, посчитанной на предыдущей итерации, а по оси ординат – значения координаты конечной точки, полученной на текущей итерации. На графиках отображения, приведенных на данном слайде, синими точками показаны неустойчивые состояния равновесия, а красными точками – устойчивые.



(картинки)

**(11 слайд)** *Скриншоты программы для одномерного случая*

На данном слайде можно увидеть скриншоты графиков отображения для одномерного случая при тех же значениях начальных параметров , построенных с помощью программы.

(скриншоты)

**(12 слайд)** *Двумерный случай*

В случае ( 3 сингулярно возмущенных осцилляторов, система, описывающая релаксационные колебания, имеет такой вид

(система уравнений)

а соответствующее ей модельное отображение обретает следующую форму

(отображение)

Исходя из аналитических результатов, можно говорить о существовании как минимум 4 состояний равновесия с известными асимптотиками. Однако в результате численного исследования были также обнаружены случаи с бльшим числом устойчивых неподвижных точек. Для определенных наборов начальных параметров задачи для модельного отображения были найдены 5, 6 и 7 устойчивых состояний равновесия. Таким образом, были обнаружены 1, 2 и 3 дополнительные устойчивые неподвижные точки соответственно.

Для двумерного случая модельного отображения также рассматривались вопросы основных перестроек, происходящих в фазовом пространстве. Многие результаты уже опубликованы в статье, название которой приведено на данном слайде

(статья)

А теперь перейдем к более детальному разбору полученных результатов.

**(13 слайд)** *Результаты исследования: 5 устойчивых неподвижных точек*

В случае 5 устойчивых состояний равновесия, была обнаружена дополнительная устойчивая неподвижная точка (). На фазовом портрете, приведенном на данном слайде слева, черным цветом нарисованы сепаратрисы, а серым – некоторые фазовые кривые. Справа также изображен скриншот фазового портрета, полученного с помощью программы.

(картинки)

**(14 слайд)** *Результаты исследования: 6 устойчивых стационарных точек*

В случае 6 устойчивых состояний равновесия были обнаружены 2 дополнительные устойчивые неподвижные точки ( и ). Фазовый портрет и скриншот для данного случая можно увидеть на данном слайде.

(картинки)

**(15 слайд)** *Результаты исследования: 7 устойчивых стационарных точек*

В случае 7 устойчивых состояний были обнаружены 3 дополнительные устойчивые неподвижные точки (Это точки , , а также состояния равновесия и , ответвленные от точки с известной асимптотикой). Фазовый портрет и скриншот для данного случая можно увидеть на картинках, изображенных на слайде.

(картинки)

Также, благодаря численному исследованию модельного отображения были обнаружены случаи появления фокусов и многообразий. Напомню, что в предоставленных мною ранее случаях неподвижные точки являлись либо седлами, либо узлами

**(16 слайд)** *Трехмерный случай*

Для системы из 4 сингулярно возмущенных осцилляторов, система, описывающая релаксационные колебания имеет такой вид

(система уравнений)

а соответствующее ей модельное отображение обретает следующую форму

(отображение)

**(17 слайд)** *Результаты исследования: трехмерный случай*

Исходя из аналитических результатов, можно говорить о существовании как минимум 5 состояний равновесия с известными асимптотиками. Однако в результате численного исследования были также получены случаи с бльшим числом неподвижных точек. Для следующих наборов начальных параметров

(наборы значений параметров)

численное исследование давало 6 устойчивых состояний равновесия. Другими словами, была обнаружена дополнительная устойчивая неподвижная точка. Скриншоты фазовых портретов для данных случаев можно увидеть на картинках, изображенных на слайде:

(картинки)

На левом скриншоте фазового портрета дополнительно найденная устойчивая неподвижная точка расположена вот здесь (указать), а на правом – вот здесь (указать).

Также при исследовании модельных отображений бльших размерностей удавалось обнаружить хотя бы 1 дополнительную устойчивую неподвижную точку с асимптотикой, не описанной аналитически.